LICEO CHAPERO

CÁTEDRA: FÍSICA

CATEDRÁTICO: RONALD NAVARRO

TERCERO BÁSICO

SEMANA 6 - GUÍA VIRTUAL #3:

FUNDAMENTO TEÓRICO Y PRÁCTICO:

Resulta de vital importancia el pleno entendimiento de la trigonometría del triángulo rectángulo para un estudio posterior sobre magnitudes vectoriales, y no solamente para esta temática sino también para la física en general, ya que la aplicación y uso de la trigonometría del triángulo rectángulo no se limita únicamente a vectores, sino que es muy utilizado en problemas de planos inclinados que involucran leyes de Newton, problemas acerca de esfuerzo en vigas, problemas de momento de torsión en barras circulares y en otros múltiples escenarios relacionados a la física.

Este material lo he diseñado para que recordemos un poco de lo visto en clase en la primera unidad del ciclo escolar en curso. Quiero hacer énfasis en los siguientes puntos de estudio que es donde busco enfocar esta sesión de clase:

-Triángulo rectángulo.

-Teorema de Pitágoras.

-Razones trigonométricas.

-Puntos de vista de distintos ángulos dentro de un triángulo rectángulo.

-Correcto despeje de distintas ecuaciones matemáticas derivadas de la trigonometría del triángulo rectángulo.

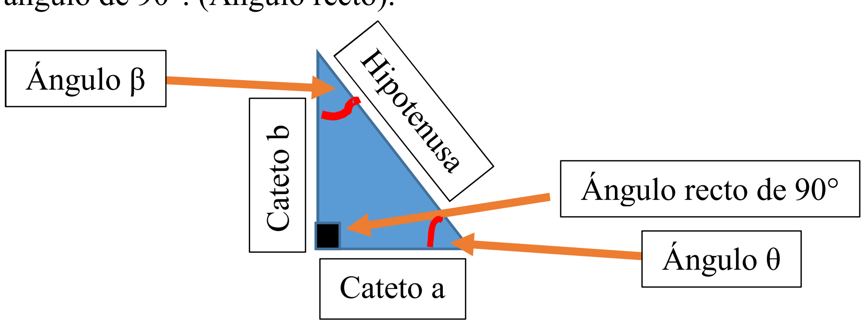
Veamos cada una a grandes rasgos a continuación.

TRIÁNGULO RECTÁNGULO:

-El lado más largo se conoce como hipotenusa y los otros dos como catetos.

-Se cumple el teorema de Pitágoras.

-Tiene un ángulo de 90°. (Ángulo recto).



TEOREMA DE PITÁGORAS:

Dice que: "El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos."

Sea:

c = hipotenusa

a = cateto 1

b = cateto 2

El teorema de Pitágoras sería entonces:

$$c^2 = a^2 + b^2$$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS:

Son las relaciones que se derivan de un triángulo rectángulo a partir de sus catetos e hipotenusa visto desde uno de los ángulos agudos. Existen varias palabras escritas en siglas que sirven para recordar estas razones trigonométricas, acá les presento una:

S.O.H.C.A.H.T.O.A.

Donde:

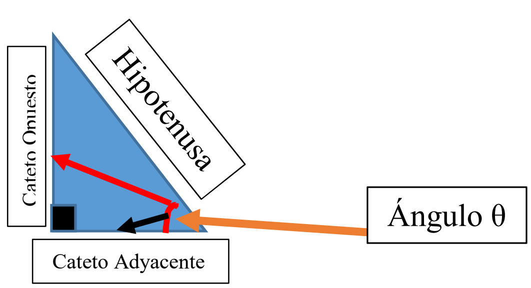
S = Seno	O = Opuesto	H = Hipotenusa
C = Coseno	A = Adyacente	H = Hipotenusa
T = Tangente	O = Opuesto	A = Adyacente

Pero veamos qué significa o de dónde se originan estos conceptos. Todo triángulo tendrá dos lados que son más pequeños que el otro lado (hipotenusa) a estos lados ya definimos que su nombre es catetos; estos catetos a su vez tiene un nombre propio, uno será el cateto adyacente y el otro el cateto opuesto. Pero, ¿qué define o qué determina cuál es cuál? La respuesta a esta interrogante resulta muy sencilla si lo analizamos de la siguiente manera:

-El cateto opuesto será el que siempre ***está frente al ángulo*** desde donde estamos analizando.

-El cateto adyacente será el que siempre ***está abajo del ángulo*** desde donde estamos analizando. (Se ve a sí mismo).

En la siguiente figura podremos observar con mayor claridad lo que antes escribí:



Definamos en la siguiente figura cuál será el cateto opuesto y cuál será el cateto adyacente visto desde el ángulo θ. La flecha roja señala justamente al lado del triángulo que está "en frente" del ángulo θ lo que nos indicará que este es el cateto opuesto, mientras que la flecha negra apunta al lado que está "abajo" del ángulo θ lo que nos indicará que este es el cateto adyacente.

Ahora tras establecer esta serie de términos, pasemos a definir formalmente entonces las razones trigonométricas:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa}$$

$$\cos\theta = \frac{Cateto\ Adyacente}{Hipotenusa}$$

$$\tan\theta = \frac{Cateto\ Opuesto}{Cateto\ Adyacente}$$

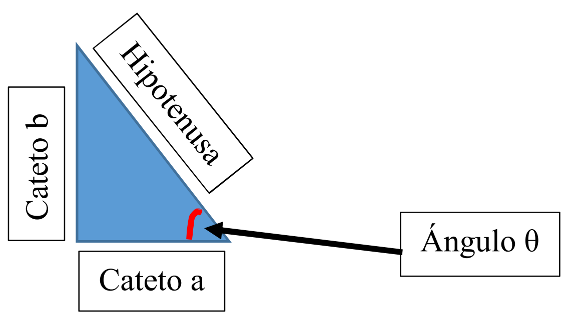
Donde:

sen = seno　　　　cos = coseno　　　　tan = tangente

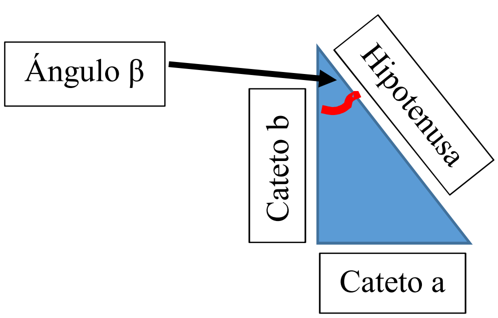
<u>PUNTOS DE VISTA DE DISTINTOS ÁNGULOS DENTRO DE UN TRIÁNGULO RECTÁNGULO:</u>

En este apartado únicamente quiero hacerles notar los distintos casos en los que estemos analizando desde distintos ángulos que se ubican posiciones específicas y lo que pasaría con los catetos. Veámoslo en las siguientes figuras:

Caso #1 - Análisis visto desde el ángulo θ.

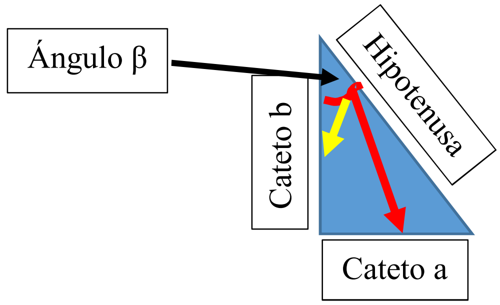


Caso #2 – Análisis visto desde el ángulo β:



Para el Caso #1 ya hemos hecho el análisis en el apartado anterior, así que podemos establecer que visto desde el ángulo θ, el cateto "b" será el cateto opuesto y el cateto "a" será el cateto adyacente.

Pero quiero que pongamos especial interés en el Caso #2, donde estamos analizando desde el ángulo β.



El análisis para este caso, sería responder a las siguientes preguntas:

-¿Qué cateto está "frente" al ángulo β? ***El cateto a.*** (Señalado por la flecha roja).

-¿Qué cateto está "abajo" del ángulo β? ***El cateto b.*** (Señalado por la flecha amarilla).

CORRECTO DESPEJE DE DISTINTAS ECUACIONES MATEMÁTICAS DERIVADAS DE LA TRIGONOMETRÍA DEL TRIÁNGULO RECTÁNGULO:

En este apartado únicamente quiero que tengamos presentes puntos como:

-Todo en la matemática (o casi todo) tiene un contrario. Acá algunos ejemplos:

*De la suma la resta.

*De la resta la suma.

*De la multiplicación la división.

*De la división la multiplicación.

*De la potenciación la radicación.

*De la radicación la potenciación

-Recordemos que una ecuación es una igualdad, y que para que este equilibrio permanezca, cuando quiera pasar de un lado de la ecuación algún factor hacia el otro lado, este factor pasará a hacer la operación matemática contraria. Acá algunos ejemplos.

-Si quiero pasar un +5 de un lado de la ecuación hacia el otro, este ya no será +5 sino -5.

-Si quiero pasar un 5 que está multiplicando a otro factor hacia el otro lado de la ecuación, este ya no será un *5 sino /5.

-Cuando quiera cancelar una potencia, debo sacarle raíz con el mismo índice que su exponente. Esto quiere decir que si tengo 3^2para quitar ese 2 que es su exponente, debo sacar una raíz que tenga el mismo índice $\sqrt[2]{3^2}$ que sería 2, para que así se cancelen tanto radical como exponente y así obtenga como resultado 3. Si fuera 5^3 mi raíz ahora debería ser $\sqrt[3]{5^3}$ y así sucesivamente. Esto se permite a partir de la propiedad de los exponentes fraccionarios-radicales, que plantea lo siguiente:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

Veamos la propiedad aplicada:

$$\sqrt[2]{3^2} = 3^{\frac{2}{2}} = 3^1 = 3$$

En este caso a fue para nosotros 3, m fue 2 y n también fue 2, por lo que solo cambiamos las letras por los números y simplificamos. Esto comprueba que “exponentes e índice de radicales con mismo valor se cancelan”.

$$\sqrt[3]{5^3} = 5^{\frac{3}{3}} = 5^1 = 5$$

Para este ejemplo a fue 5, m fue 3 y n también fue 3. Simplificando obtuvimos como resultado 5, comprobando nuevamente que “exponentes e índice de radicales con mismo valor se cancelan”.

Sin embargo en este apartado lo que realmente me interesa que veamos es cómo hacer despejes para las razones trigonométricas. Ya les escribí que todo en la matemática tiene un contrario (o casi todo), las razones trigonométricas no son la excepción. Cada una de las razones tendrá su propia ***razón trigonométrica inversa*** al hacer despejes, es decir cuando pase la razón trigonométrica de un lado de la ecuación al otro, esta ***razón trigonométrica inversa se expresa con exponente -1.*** Estas razones trigonométricas están en la mayoría de las calculadoras. Veamos un ejemplo:

Asumamos que queremos conocer el ángulo θ de la siguiente ecuación:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa}$$

Lo que debemos hacer es pasar la razón trigonométrica “sen” (seno) al otro lado, y como todo en la matemática tiene un contrario (o casi todo) ahora será un razón trigonométrica inversa (se denota con un exponente -1), así:

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1}(\frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa})$$

Arriba comenté que estas razones trigonométricas inversas están en muchas de las calculadoras, generalmente se activan presionando la tecla SHIFT y luego presionando la razón trigonométrica que deseamos. Para que tengan una idea les dejo estas imágenes:

Hagamos un ejemplo con datos para este tipo de despejes:

1. Si se sabe que un triángulo rectángulo tiene una hipotenusa 5 y un cateto opuesto 4, determine el ángulo desde que se realiza este análisis.

Bien, debemos preguntarnos qué razón trigonométrica relaciona tanto a la hipotenusa como al cateto opuesto, y esa razón es el seno. Como lo que nos piden es el ángulo, entonces ese valor es el que debemos despejar:

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa}$$

Despejando para θ:

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{Cateto\ Opuesto}{Hipotenusa}\right)$$

Sabiendo que:

Cateto Opuesto = 4

Hipotenusa = 5

Sustituyendo valores y utilizando nuestra calculadora determinamos que:

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1}\left(\frac{4}{5}\right) = 53.13010235°$$

NOTA: Es muy importante que SIEMPRE que usted esté calculando ángulos su calculadora esta esté en grados, esto se identifica porque tiene una "D" en la parte superior de la pantalla; si su pantalla muestra un "R" significa que está en radianes y eso corresponde al círculo unitario algo que por el momento no nos es de interés, por lo que deberá configurar su calculadora. Para efectos de la clase de física siempre utilizaremos nuestra calculadora en grados es decir con la "D" en la parte superior de la pantalla a menos que se le indique lo contrario. Si no sabe cómo configurar o saber si calculadora está en grados o radianes, a continuación le dejo un video para que lo aprenda: https://www.youtube.com/watch?v=-bBJ5w1W790.

"NO TE RINDAS POR FAVOR NO CEDAS, AUNQUE EL FRÍO QUEME, AUNQUE EL MIEDO MUERDA". - MARIO BENEDETTI.

Elaborado por: Catedrático Ronald Navarro.

GUÍA DE TRABAJO #3 - SEMANA 6:

Resuelva los ejercicios que se le presentan a continuación en hojas de cualquier tipo, tómele fotografía o scanee y envíe un único documento PDF con su nombre y apellido de la siguiente manera: NAVARRO RONALD.pdf por ejemplo, a más tardar el miércoles 06 de mayo del 2,020 en un horario máximo de las 23:59 p. m. a través de la plataforma Google Classroom en la tarea asignada por su profesor.

1. Si se conoce que el cateto opuesto de un triángulo rectángulo es 25 y el cateto adyacente es 16. Determinar:

1.1. El valor de la hipotenusa mediante razones trigonométricas.

1.2. El valor de la hipotenusa mediante el Teorema de Pitágoras.

1.3. Determine el valor del ángulo utilizando la razón trigonométrica seno.

1.4. Determine el valor del ángulo utilizando la razón trigonométrica coseno.

1.5. Determine el valor del ángulo utilizando la razón trigonométrica tangente.

2. Si un triángulo tiene los siguientes ángulos: 65°, 100° y 15° ¿Es un triángulo rectángulo? Explique su respuesta.

3. Sabiendo que en un triángulo rectángulo uno de sus ángulos es 30° y que la hipotenusa es 10, determine el valor de su cateto opuesto y el de su cateto adyacente.

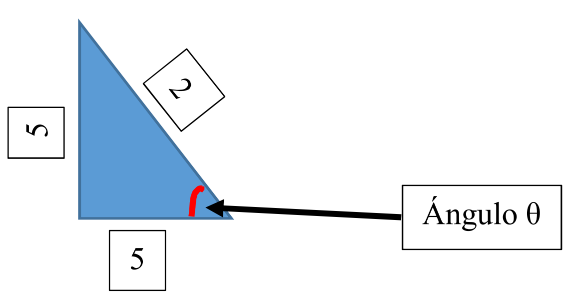
4. Despeje del Teorema de Pitágoras ($c^2 = a^2+b^2$) el valor de a, b y c.

5. Si en un triángulo todos sus lados miden exactamente lo mismo, ¿Es un triángulo rectángulo? Explique su respuesta.

6. Si en el ejercicio anterior solo dos lados miden exactamente lo mismo y el otro lado es menor que los otros, ¿Es un triángulo rectángulo? Explique su respuesta.

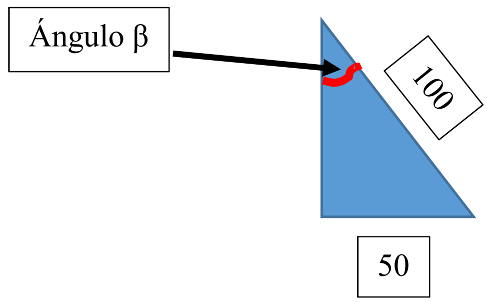
7. Si en el ejercicio 5, todos los lados tienen distinta medida, pero 2 de sus lados son más pequeños que el otro, ¿Es un triángulo rectángulo? Explique su respuesta.

8. Determine el valor de θ del siguiente triángulo rectángulo utilizando las razones trigonométricas seno y coseno: (OBSERVE BIEN EL PROBLEMA). Explique sus respuestas.



Elaborado por: Catedrático Ronald Navarro.

9. Determine el valor de β del siguiente triángulo rectángulo utilizando razones trigonométricas:



10. ¿Cómo podría comprobar que un triángulo es un triángulo rectángulo conociendo dos de sus ángulos? Explique su respuesta.

<u>NOTA:</u> Cualquier duda hacerla llegar al correo: ronaldnavarrodelgado@gmail.com en horario de 07:30 a. m. a 13:30 p. m. de lunes a viernes.